

JEU-CONCOURS N° 52

PIERRE TOUGNE

Cauchemar d'ordinateur

Nous allons examiner une récurrence où la difficulté calculatoire est imprévue. Considérez l'échiquier arithmétique de cinq cases de côté de la figure ci-contre. Les cases, notées $A(m, n)$, sont repérées par leur abscisse et ordonnée entière m et n , comprise entre 0 et 4. On remplit cet échiquier de la façon suivante :

- a) $A(0, n) = n + 1$ pour $n \geq 0$
- b) $A(m, 0) = A(m - 1, 1)$ pour $m \geq 1$
- c) $A(m, n) = A[(m - 1, A(m, n - 1))]$ pour m et $n \geq 1$

On a représenté sur la figure le début du remplissage de l'échiquier. Sauriez-vous le compléter? Un conseil : n'essayez pas de confier cette tâche à votre ordinateur, il risque d'avoir des problèmes de mémoires! En particulier, combien de chiffres décimaux seraient-ils nécessaires pour écrire explicitement le nombre de la case $A(4, 4)$?

4	5	6	11		$A(4,4)$	
3	4	5	9			
2	3	4	7	29		
1	2	3	5	13		
0	1	2	3	5	13	
n						
	m	0	1	2	3	4

Envoyez vos réponses aux questions sur carte postale à *Pour la Science*, 8, rue Férou, 75006 Paris. Parmi les réponses exactes reçues pendant le mois d'octobre 1998, dix gagnants tirés au sort recevront un livre.

RÉPONSE AU JEU-CONCOURS N° 50

Pour amener les trois ouvriers et la caisse à outils en bas de l'immeuble, il faut au minimum 11 manœuvres du système des deux paniers. Si l'on désigne les ouvriers par leurs initiales E, F, G et la caisse par C, le tableau à droite indique ces 11 manœuvres dans les colonnes Montée et Descente. Remarquons d'autre part que l'on peut inverser les manœuvres 3 et 4, 5 et 7, 8 et 9, ce qui conduit à 8 variantes possibles

Pour résoudre le problème du quatuor, il suffit de faire les deux remarques suivantes :

- 1) Pour faire traverser le quatuor, cinq traversées sont nécessaires dont une durera dix minutes pour faire passer Daniel.
- 2) Sept minutes restent pour les quatre traversées restantes qui ne peuvent se décomposer qu'en $7 = 2 + 2 + 2 + 1$, c'est-à-dire que Claude doit passer avec Daniel. D'où la solution André et Bertrand passent le pont, André revient,

Claude et Daniel passent, Bertrand revient et enfin André et Bertrand passent. L'autre variante consiste à faire revenir Bertrand plutôt qu'André.

	MONTÉE	DESCENTE
1		C
2	C	G
3	G	F
4		C
5	F + C	E
6		C
7	C	G
8	G	F
9		C
10	C	G
11		C